

2. Klausur Statik und elementare Festigkeitslehre WS 11/12

Name, Vorname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Studiengang: \_\_\_\_\_

Studienbegleitende Prüfung (Bachelor)

Übungsscheinklausur (ohne Theorieteil)

1
2
3
Σ
T

Musterlösung

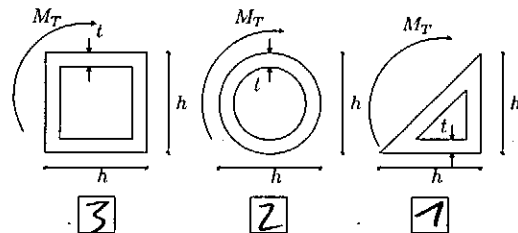
Theorieaufgaben

1. Geben Sie die Maßeinheiten folgender Größen ausschließlich in den Einheiten l, kg, m s N an:

dim $[EIw^{IV}] \hat{=} \frac{N}{m} \cdot \frac{kg}{s^2}$	Widerstandsmoment dim $[W] \hat{=} m^3$
Schubspannung dim $[\tau] \hat{=} \frac{N}{m^2}$	Querkontraktionszahl dim $[\nu] \hat{=} 1$

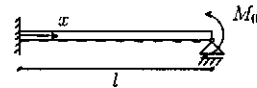
(2 Punkte)

2. Die dargestellten dünnwandigen Querschnitte sind alle mit demselben Torsionsmoment  $M_T$  belastet. Sortieren Sie die Querschnitte nach der maximal auftretenden Schubspannung  $\tau$ , welche durch die 1. BREDT'sche Formel  $\tau = \frac{M_T}{2A_m l}$  berechnet wird. Kennzeichnen Sie dazu den Querschnitt mit der größten Schubspannung mit einer 1, mit der mittleren mit einer 2 und den mit der kleinsten Schubspannung mit einer 3.



(1 Punkt)

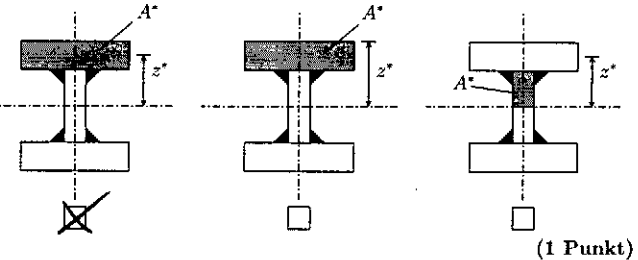
3. Geben Sie alle 4 Randbedingungen an, die für die Berechnung der Durchbiegung mit der Biegeliniendifferentialgleichung 4. Ordnung im nebenstehenden System erforderlich sind.



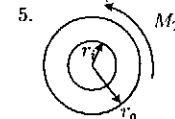
$w(x=0) = 0$        $w(x=l) = 0$   
 $w'(x=0) = 0$        $M(x=l) = M_0 \Rightarrow EIw''(x=l) = -M_0$

(2 Punkte)

4. In welcher Skizze sind das richtige  $z^*$  und  $A^*$  für die Berechnung der Schubspannung in der oberen Schweißnaht gemäß  $\tau = \frac{Q(z)A^*z^*}{I_{yy}2a}$  eingezeichnet?



(1 Punkt)

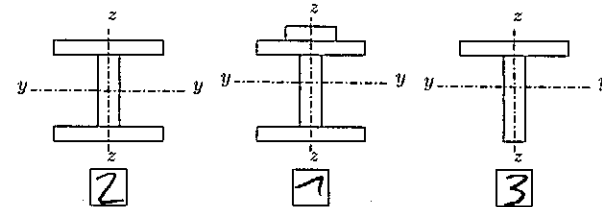


Das skizzierte Hohlprofil wird durch ein Torsionsmoment  $M_T$  belastet. Kreuzen Sie die richtige Antwort bezüglich der auftretenden Schubspannung an.

- $\tau(r = r_a) < \tau(r = r_i)$   
  $\tau(r = r_a) = \tau(r = r_i)$   
  $\tau(r = r_a) > \tau(r = r_i)$

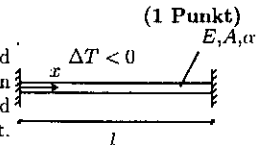
(1 Punkt)

6. Die dargestellten Querschnitte sind alle im selben Maßstab dargestellt. Sortieren Sie die Querschnitte nach dem Flächenträgheitsmoment  $I_{yy}$ . Kennzeichnen Sie dazu das Profil mit dem größten Flächenträgheitsmoment  $I_{yy}$  mit einer 1, mit dem mittleren mit einer 2 und das mit dem kleinsten mit einer 3.



(1 Punkt)

7. Der abgebildete Stab ist auf beiden Seiten fest eingespannt und wird um eine Temperatur  $\Delta T < 0$  abgekühlt. Geben Sie die Spannung  $\sigma$  in Abhängigkeit der gegebenen Größen an, die sich im Stab einstellt und geben Sie an, ob es sich um eine Druck- oder Zugspannung handelt. Geg.:  $l, E, A, \alpha, \Delta T < 0$



$\sigma = -E\alpha\Delta T$       Zugspannung

(1 Punkt)

8. Wie groß ist der Elastizitätsmodul für Stahl?

- $E=210 \text{ Pa}$       $E=210 \text{ MPa}$       $E=210 \text{ GPa}$

(1 Punkt)

11a) Statische Bestimmtheit:

$$r = 1$$

$$r = 2 + 1 + 1$$

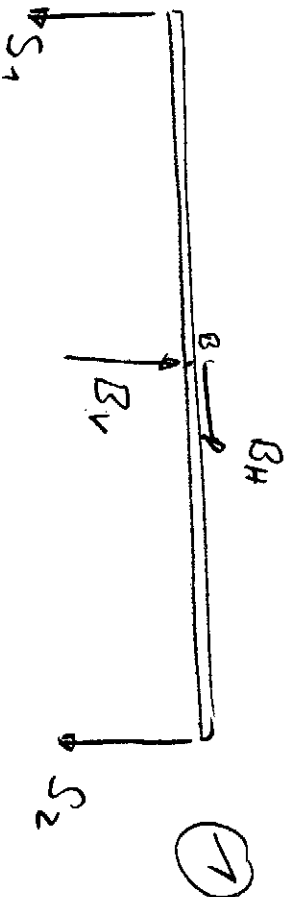
$$v = 0$$

$$\Rightarrow 3 \cdot r = r + v$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 1 = 4 + 0$$

3  $\neq$  4  $\rightarrow$  statisch unbestimmt (1)

Freischnitt-Mittel



$$b) \sum_i M^{(B)} = S_1 a - S_2 a = 0$$

$$\Rightarrow S_1 = S_2 \quad (1)$$

(1)

c) für die Stäbe  $i=1,2$  gilt:

$$\varepsilon_i^- = \frac{G_i^-}{E} + \alpha \Delta T_i^-$$

mit  $\varepsilon_i^- = \frac{\Delta l_i^-}{l_i^-}$  und  $G_i^- = \frac{S_i^-}{A}$

$$\Rightarrow \Delta l_1 = 2l \left( \frac{S_1}{EA} + \alpha \Delta T_1 \right) \quad (2) \quad (7)$$

$$\Delta l_2 = l \left( \frac{S_2}{EA} + \alpha \Delta T_2 \right) \quad (3) \quad (7)$$

$$d) \quad \Delta l_1 = -\Delta l_2 \quad (4) \quad (7)$$

$$(2) = -(3) : \quad 2l \left( \frac{S_1}{EA} + \alpha \Delta T_1 \right) = -l \left( \frac{S_2}{EA} + \alpha \Delta T_2 \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2S_1}{EA} + 2\alpha \Delta T_1 = -\frac{S_2}{EA} - \alpha \Delta T_2$$

$$\Leftrightarrow S_1 = -\frac{EA}{3} \alpha [2\Delta T_1 + \Delta T_2] \quad (5)$$

$$S_2 = S_1 = -\frac{EA}{3} \alpha [2\Delta T_1 + \Delta T_2] \quad (6) \quad (2)$$

$$e) \quad \sum F_y = B_V - 2S_2 = 0$$

$$\Rightarrow B_V = 2S_2 \stackrel{(6)}{=} -\frac{2}{3} EA \alpha [2\Delta T_1 + \Delta T_2]$$

$$= 0, \text{ wenn } \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = -\frac{1}{2} \quad (7)$$

A2

a)  $q(x) = \frac{q_0}{l} x$  (1)

b)  $E|w'''' = \frac{q_0}{l} x$

$$E|w'''' = \frac{q_0}{2l} x^2 + C_1$$

$$E|w'' = \frac{q_0}{6l} x^3 + C_1 x + C_2$$

$$E|w' = \frac{q_0}{24l} x^4 + \frac{1}{2} C_1 x^2 + C_2 x + C_3$$

$$E|w = \frac{q_0}{720l} x^5 + \frac{1}{6} C_1 x^3 + \frac{1}{2} C_2 x^2 + C_3 x + C_4$$
 (2)

c) I:  $w(x=0) = 0$

II:  $w''(x=0) = 0$

III:  $w(x=l) = 0$

IV:  $w'(x=l) = 0$

je 2 nishye (1)

d) aus I:  $\rightarrow C_4 = 0$  (1)

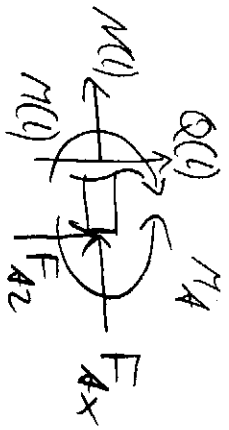
aus II:  $\rightarrow C_2 = 0$

III & IV:  $\rightarrow C_1 = -\frac{q_0 l}{70}$  (1)

$$C_3 = \frac{q_0 l^3}{720}$$
 (1)

e)  $Q(x) = -E|w''''(x) = -\frac{q_0}{2l} x^2 + \frac{q_0 l}{70}$  (1)

f)



①

$$\sum F_z = 0: \Rightarrow F_{Az} = -Q(l) = \frac{2}{5} q_0 l \quad \text{②}$$

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0: M_A = M(x=l) &= -EI w''(x=l) \\ &= -\frac{q_0 l^2}{15} \quad \text{③} \end{aligned}$$

g)

$$\text{Bedingung: } w'(x=0) = \frac{1}{720} \frac{1}{EI} q_0 l^3 = \frac{7}{70} \quad \text{④}$$

$$\Rightarrow q_0 = \frac{EI \cdot 72}{l^3} \quad \text{⑤}$$

**A3**

a)  $q(x) = q_0 \sin\left(\pi \frac{x}{L}\right)$   
 $\frac{dQ}{dx} = -q(x) \quad , \quad \frac{dM}{dx} = Q(x)$

$\Rightarrow Q(x) = \frac{L}{\pi} q_0 \cos\left(\pi \frac{x}{L}\right) + C_1$

$M(x) = \frac{L^2}{\pi^2} q_0 \sin\left(\pi \frac{x}{L}\right) + C_1 x + C_2$  (1)

mit  $M(x=0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$  (1)  
 $M(x=L) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$  (1)

$M_{\max}$  an der Stelle  $Q(x) = 0$ ;

$\Rightarrow x = \frac{L}{2}$  (1)

$M\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{L^2 q_0}{\pi^2}$  (1)

b)

	$A_i$	$z_i$	$A_i z_i$
1	$tb$	0	0
2	$tc$	$\frac{t+c}{2}$	$tc \frac{t+c}{2}$
$\Sigma$	$t(b+c)$		

$z_S = \frac{\sum A_i z_i}{\sum A_i} = \frac{tc \frac{t+c}{2}}{t(b+c)} = \frac{c(t+c)}{2(b+c)}$  (2)

c)

	$a_i =  z_i - z_S $	$a_i^2 A_i$	$1_0$
1	$\frac{c(t+c)}{2(b+c)}$	$\frac{c^2(t+c)^2}{4(b+c)^2} tb$	$\frac{bt^3}{72}$
2	$\frac{t+c}{2} - \frac{c(t+c)}{2(b+c)}$	$\left(\frac{t+c}{2} - \frac{c(t+c)}{2(b+c)}\right)^2 tc$	$\frac{tc^3}{72}$

$$I_{yy} = \frac{c^2(t+c)^2}{4(b+c)^2} tb + \underbrace{\left( \frac{t+c}{2} - \frac{c(t+c)}{2(b+c)} \right)^2}_{(1)} tc + \underbrace{\frac{bt^3}{12} + \frac{tc^3}{12}}_{(1)}$$

$$d) \quad w_{y,0} = \frac{I_{yy}}{e_0} \quad e_0 = c + \frac{t}{2} - \frac{c(t+c)}{2(b+c)} \quad (1)$$

$$\sigma_{Zug, \max} = \frac{M_{\max}}{w_{y,0}} = \frac{q_0 l^2}{\pi^2 w_{y,0}} \quad (1)$$

$$\sigma_{Druck, \max} = - \frac{M_{\max}}{w_{y,0}} = - \frac{q_0 l^2}{\pi^2 w_{y,0}} \quad (1)$$

$$e) \quad \sigma_{\max} = \sigma_{Zul} \Rightarrow q_0 = \frac{1 N/m}{l^2} \quad (1)$$

$$f) \quad \tau(x, y) = \frac{Q(x) z^* A^*}{b(z) I_{yy}}$$

$$Q_{\max} = Q(x=0) = \frac{q_0 l}{\pi}$$

$$z^* = z^s$$

$$A^* = bt$$

$$b(z) = 2d$$

$$\Rightarrow \tau_{\max} = \frac{q_0 l c(t+c) bt}{\pi 2(b+c) 2d I_{yy}} \quad (2)$$